



點線面

I. 對象：中一學生

II. 已有知識

課題	相關知識
幾何學的基本概念	<ul style="list-style-type: none">● 頂點與交點的概念● 直線與曲線的概念● 面的概念
數列	<ul style="list-style-type: none">● 公差數列
代數初步	<ul style="list-style-type: none">● 建立簡易方程

II. 相關課題：幾何簡介〈點、線、面〉、規律及代數

III. 評估目標：

1. 數學知識 – 關於點、線、面的認知。
 - 透過直觀法，找出圖形的規律。
 - 以方程表達數字關係。
2. 解難能力 – 透過考慮點、線及面的關係，找出分割區域最多的方法。
3. 溝通能力 – 以數學語言表達規律的關係。
 - 利用文字及繪圖解釋學生解決問題的過程和策略。

IV. 總時限：25 分鐘

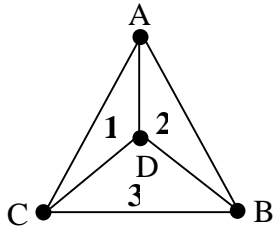
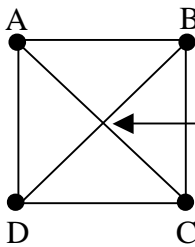
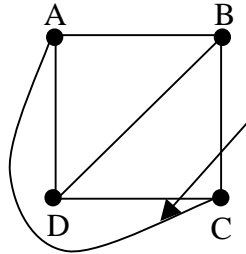
繪圖原則：

1. 只能用直線把任何兩個點相連。
2. 所畫的線段不能相交。

例子：

現有四個點 A、B、C 及 D。根據以上繪圖原則，最多能繪畫多少條線段？最多能出現多少個區域？

同學甲、乙及丙分別畫了圖 1a、圖 1b 及圖 1c。

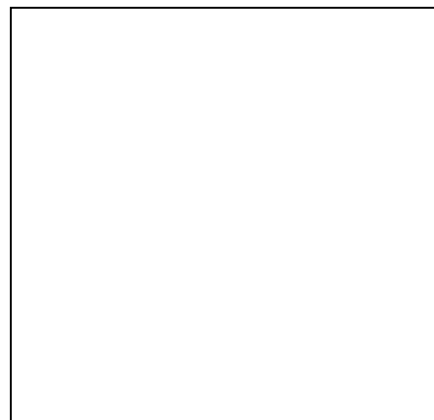
同學甲 <input checked="" type="checkbox"/> 正確	同學乙 <input checked="" type="checkbox"/> 不正確	同學丙 <input checked="" type="checkbox"/> 不正確
 <p style="text-align: center;">圖 1a</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ 最多 6 條線段 ■ 最多只有 3 個不會重疊區域，包括區域 1、區域 2 及區域 3。 	 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-left: auto; margin-right: auto;"> <p>線段相交， 出現新交點。</p> </div> <p style="text-align: center;">圖 1b</p>	 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-left: auto; margin-right: auto;"> <p>曲線，不是 直線。</p> </div> <p style="text-align: center;">圖 1c</p>

故此，只有同學 A 的答案是正確的。

1. 現有兩個點 A、B 及 C，試繪畫線段。在各線段不會出現新的交點下，最多能繪畫多少條直線線段？試在方格內繪畫答案及完成下列各題。

i. 最多能繪畫直線線段 _____ 條；

ii. 最多能出現區域 _____ 個。

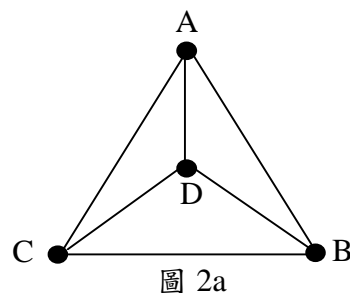


2. 根據下列各條件，繪畫圖像，並數出線段及區域數目。

a. 圖 2a 中，在 $\triangle ABC$ 內加一點 E ，**最多**能繪畫多少條直線線段？試繪畫答案及完成下列各題。

i. 在整個圖形中，最多能有 直線線段 _____ 條；

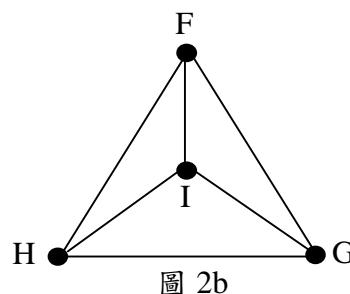
ii. 在整個圖形中，最多能出現 區域 _____ 個。



b. 圖 2b 中，在 $\triangle FGH$ 外加一點 J ，**最多**能繪畫多少條直線線段？試繪畫答案及完成下列各題。

i. 在整個圖形中，最多能有 直線線段 _____ 條；

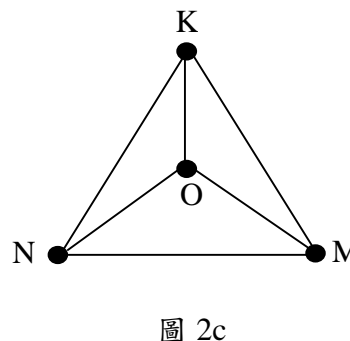
ii. 在整個圖形中，最多能出現 區域 _____ 個。



c. 圖 2c 中，在 線段 MN 上加一點 T ，**最多**能繪畫多少條直線線段？試繪畫答案及完成下列各題。

i. 在整個圖形中，最多能有 直線線段 _____ 條；

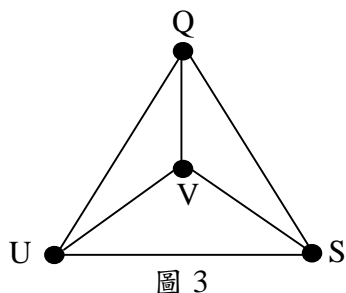
ii. 在整個圖形中，最多能出現 區域 _____ 個。



d. 若有五個點，2(a)、2(b)或 2(c) 中哪種方法能繪畫 **最多**的直線線段及區域？

方法 _____ 能繪畫 **最多**的直線線段及區域。

3. 已知六個點最多能繪畫出 12 條線段及 7 個區域。在圖 3 中，加上兩個點 X 及 Y 並繪畫線段，使圖 3 能有 12 條線段及 7 個區域。



4. 假設點的數量是 P ，最多的區域數量是 R 及最多的線段數量是 L 。總結題目 1-3，我們可以發現 P 、 R 及 L 之間有固定關係及各有規律，試完成表 1。

情況	點的數量 $\langle P \rangle$	最多的區域數量 $\langle R \rangle$	最多的線段數量 $\langle L \rangle$
1	_____	1	3
2	4	3	6
3	5	5	9
4	6	7	12
·		·	
·		·	
·		·	
7	9	_____	_____

表 1

5. 觀察表 1，最多的線段數量 $\langle L \rangle$ 是一個等差數列，求公差。
- _____
6. 觀察表 1，最多的區域數量 $\langle R \rangle$ 是一個甚麼數列？
- _____
7. 根據表 1，解答以下各題。
- a. 按情況 3，列式計算點的數量加上最多的區域數量減去最多的線段數量的答案。
- _____
- b. 承上題，試以方程表達 P 、 R 及 L 的關係。
- _____
- c. 承上題，已知點的數量是 10，其最多的線段數量是 24，求最多的區域數量，並列式計算。
- _____
- _____
8. 若點的數量是 15，求最多的線段數量 $\langle L \rangle$ 及最多的區域數量 $\langle R \rangle$ ，並列明計算步驟或說明策略。
- _____
- _____
- _____

~~ 全卷完 ~~

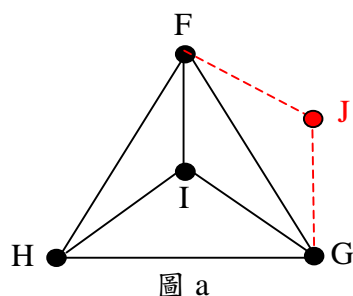
點線面--評分標準

表現指標	分數	數學知識及技能	分數	解難策略	分數	溝通能力
差	0	沒有作答。 或 考生只能正確地在整份問題中得到 1-3 個正確答案 。	0	沒有作答。 或 考生提供不合理的策略	0	沒有作答。 或 題 7、8 中考生沒有列式，只顯示答案。
可	1	考生能顯示出對點、線、面、規律及代入法中有有限的認知及理解。 考生能正確地在整份問題中得到 4-10 分 。	1	考生在題 1 或 2 中符合屬解難策略的基本要求。 或 考生在題 3 中只能符合屬解難策略的其中二項基本要求。	1	考生在題 1 至 3 的其中一條題目中符合屬溝通能力的基本要求。 或 考生在題 7 中能符合屬溝通能力的基本要求。 或 考生在題 8 中能符合屬溝通能力的基本要求。
良	2	考生能顯示出對點、線、面、規律及代入法中有部分的認知及理解。 考生能正確地在整份問題中得到 11-17 分 。	2	考生在題 1 或 2 中符合屬解難策略的基本要求。 及 考生在題 3 中只能符合屬解難策略的其中三項基本要求。 或 考生在題 8 中顯示其策略符合其中一項基本要求。	2	考生嘗試解釋其解決方案，雖解釋能顯示出 <u>相關的數學名詞 / 符號</u> ，但 <u>未能顯示出其選擇的原因</u> 。 考生在題 1 至 3 的其中二條題目中符合屬溝通能力的基本要求。 及 考生在題 7b、c 或 8 中能符合其中 1 條屬溝通能力的基本要求。
優	3	考生能顯示出對點、線、面、規律及代入法中的認知及理解。 考生能正確地在整份問題中得到 18-24 分 。	3	考生在題 1 及 2 中符合屬解難策略的基本要求。 及 考生在題 3 中符合所有屬解難策略的基本要求。 及 考生在題 8 中顯示其策略符合所有基本要求。	3	考生能運用 <u>相關的數學名詞 / 符號</u> 作解釋，並能 <u>清楚及完整的解釋其選擇的原因</u> 。 考生在題 1 至 3 的題目中符合屬溝通能力的基本要求。 及 考生在題 7b 及 c 中能符合屬溝通能力的基本要求。 及 考生在題 8 中能符合屬溝通能力的基本要求。

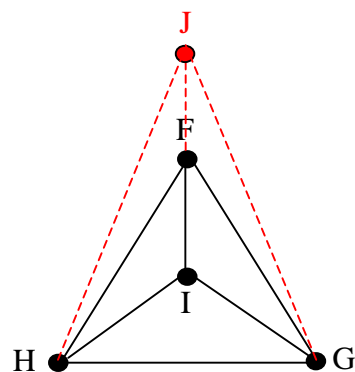
題目	數學知識及技能	解難策略	溝通能力
1	<input type="checkbox"/> 繪畫三角形 <input type="checkbox"/> 最多線段是 3 條 <input type="checkbox"/> 最多區域是 1 區	<input type="checkbox"/> 合理地作出嘗試(繪圖)	<input type="checkbox"/> 嘗試以點及線段去繪畫一個圖像
2	a	<input type="checkbox"/> 合理地作出嘗試(繪圖)	<input type="checkbox"/> 嘗試以點及線段去繪畫一個圖像
	b		
	c		
	d		
3	<input type="checkbox"/> 繪圖正確 <input type="checkbox"/> 最多線段是 9 條 <input type="checkbox"/> 最多區域是 5 區 <input type="checkbox"/> 繪圖正確 <input type="checkbox"/> 若在角位上加一點, 最多線段是 9 條 或 <input type="checkbox"/> 若不在角位上加一點, 最多線段是 8 條 <input type="checkbox"/> 若在角位上加一點, 最多區域是 8 區 或 <input type="checkbox"/> 若不在角位上加一點, 最多區域是 4 區 <input type="checkbox"/> 繪圖正確 <input type="checkbox"/> 最多線段是 8 條 <input type="checkbox"/> 最多區域是 4 區 <input type="checkbox"/> a 或 <input type="checkbox"/> a 及 b (但圖像 b 必須是在角位上加一點)	<input type="checkbox"/> 合理地作出嘗試(繪圖) <input type="checkbox"/> 有 6 個點 <input type="checkbox"/> 線段沒有新交點出現 <input type="checkbox"/> 有 12 條線段 <input type="checkbox"/> 有 7 個區域	<input type="checkbox"/> 嘗試以點及線段去畫一個圖像
4	<input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 13 <input type="checkbox"/> 21		
5	<input type="checkbox"/> 公差 = 3		
6	<input type="checkbox"/> 等差		
7	a		
	b		<input type="checkbox"/> 方程中需有 “P、R、L 及 =” 出現
	c	<input type="checkbox"/> $10+R-24=1$ <input type="checkbox"/> $R=15$	<input type="checkbox"/> 出現方程 / 算式
8	<input type="checkbox"/> 區域數目 = 25 <input type="checkbox"/> 線段數目 = 39	<input type="checkbox"/> 顯示出其根據線段的規律先求出線段數 <input type="checkbox"/> 按照 7b 的答案找出區域的數量的策略 或 <input type="checkbox"/> 用 R 的規律來求區域數 或 <input type="checkbox"/> 用繪圖的方法來得知	<input type="checkbox"/> 曾經以數學語言 / 符號來顯示其計算步驟或策略

評估後檢討

- 在批改問題 2 時，因為學生未能完全理解題目，他們大多未能繪畫正確的圖像，從而未能得出正確的線段及區域數目。有同工建議線段及區域數目，可按學生的繪圖作參考答案，因為此題目的是期望考核學生能否分辨線段及區域，出題時是有考慮此點的。但有同工認為此批改方法不合理及不便批改，故建議只按參考答案批改。若學生繪圖錯誤，但能填寫正確數字答案亦可得分。
- 問題 2b 有兩個合理答案如下。圖 b 為應標準答案，但考慮學生能力，也可接受圖 a 作為答案。



按圖 a，在整個圖形中，最多能有直線
線段 8 條及最多能出現區域 4 個。



但按圖 b，在整個圖形中，最多能有直線
線段 9 條及最多能出現區域 5 個。

若接受圖 a 作為答案及基於以上批改評核的共識，批改問題 2b 會出現以下問題。假若只按參考答案批改，有可能出現以下兩個可能答案，並得滿分〈2 分〉。

可能答案一：最多能有直線線段 8 條及最多能出現區域 5 個。

可能答案二：最多能有直線線段 9 條及最多能出現區域 4 個。

可是以上兩個可能答案是不合理的，故建議只給予 1 分

- 在第六稿中，數學知識及技能的評分如表一：

差	可	良	優
<u>0 - 6</u> 個正確答案。	<u>7 - 14</u> 個正確答案。	<u>15 - 19</u> 個正確答案。	<u>20 - 24</u> 個正確答案。

表一

當同工初步批改是次校本評估時，我們發現高估了學生能力及學生未能充分理解題目內容，並因為我們修定的批改方法，故需更改各程度的分數如表二。

差	可	良	優
<u>0 - 3</u> 個正確答案。	<u>4 - 10</u> 個正確答案。	<u>11 - 17</u> 個正確答案。	<u>18 - 24</u> 個正確答案。

表二

4. 在第六稿中，若要在解難策略達至程度良，學生需要在問題3中符合以下四點中的其中兩點。

- 合理地作出嘗試(繪圖)
- 有6個端點
- 線段沒有新交點出現
- 有12條線段及7個區域

有同工認為符合以上兩個條件是過於容易，建議把「12條線段及7個區域」分為兩個條件及更改評分為學生需要在問題3中符合以下五點中的其中三點，可增加其深度。

- 合理地作出嘗試(繪圖)
- 有6個點
- 線段沒有新交點出現
- 有12條線段
- 有7個區域

5. 部份教師覺得評鑑表過於複雜，建議簡化如表三：

表現指標	分數	數學知識及技能	分數	解難策略	分數	溝通能力
差	0	<u>0-3</u> 個正確答案。	0	沒有作答。 或 考生提供不合理的策略。	0	沒有作答。
可	1	<u>4-10</u> 個正確答案。	1	題1、2 <u>或</u> 3的其中二項基本解難要求。	1	題1、2、3、7b、7c 或 8 其中一項溝通要求。
良	2	<u>11-17</u> 個正確答案。	2	〈題1 <u>或</u> 2所有解難要求〉 及 〈題3的其中三項解難要求。 <u>或</u> 題8其中一項解難要求。〉	2	〈題1、2 <u>或</u> 3的其中二項溝通要求。〉 及 〈題7b、7c 或 8其中一項溝通要求。〉
優	3	<u>18-24</u> 個正確答案。	3	題1、2、3 <u>及</u> 8所有解難要求。	3	題1至3、7b、7c 及 8 中所有溝通要求。

表三