

樂道中學
香港理工大學應用數學系 合辦
沙田區小學數學比賽

創意解難 挑戰二

學校名稱：_____

姓名：_____ (參賽編號 _____)

姓名：_____ (參賽編號 _____)

總分：

時限二十分鐘

認識矩陣

指引

本卷共 4 頁。

細閱簡介，並完成任務一至三內的問題。

矩陣簡介

矩陣是數學中最重要的基本概念之一，亦是代數學的一個主要研究對象。

矩陣常見於綫性代數、綫性規劃、統計分析，以及組合數學等等，是數學應用上的一個重要工具。

以下是一些矩陣的例子：

$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 7 & 5 \\ 3 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 8 \\ 2 & 11 & 9 \end{pmatrix}$
2×2 矩陣	3×3 矩陣	2×3 矩陣

我們以上方的 2×3 矩陣作簡單說明：

- (i) 2×3 代表矩陣擁有 2 行橫列及 3 行直排。
- (ii) 2×3 的矩陣有 6 個元素，包括 1、5、8、2、11 和 9。

任務一 (矩陣的加減)

矩陣之間可作簡單的加減運算。請參考以下的例子，從中掌握矩陣加減的方法。

例：
$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 5 & 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 0 & 8 \\ 2 & 11 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 2 & 7 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 13 \\ 0 & 12 & 7 \end{pmatrix}$$

問題 1 計算下列各式。

(8 分)

		答案
(a)	$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \\ 9 & 11 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \\ 10 & 12 \end{pmatrix} =$	
(b)	$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 7 & 9 & 11 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} =$	
(c)	$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 8 \\ 5 & 1 & 7 \\ 3 & 4 & 10 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} =$	
(d)	$\begin{pmatrix} 8 & 7 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 7 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 9 & 8 \end{pmatrix} =$	

任務二 (矩陣的相乘)

矩陣間可以相乘。請參考以下的例子，從中掌握矩陣相乘的方法。

1×2 矩陣乘以 2×1 矩陣得出 1×1 的矩陣。 例： $(1 \ 5) \times \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = (17)$

2×2 矩陣乘以 2×1 矩陣得出 2×1 的矩陣。 例： $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 10 \end{pmatrix}$

2×2 矩陣乘以 2×2 矩陣得出 2×2 的矩陣。 例： $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 23 \\ 26 & 36 \end{pmatrix}$

問題 2

(2 分)

(a) 3×4 矩陣乘以 4×1 矩陣會得出 _____ 的矩陣。

(b) $m \times n$ 矩陣乘以 $n \times p$ 矩陣會得出 _____ 的矩陣。

問題 3 計算下列各式。

(14 分)

		答案
(a)	$(2 \ 3) \times \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} =$	
(b)	$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} =$	
(c)	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} =$	
(d)	$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} =$	
(e)	$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 8 \\ 5 & 1 & 7 \\ 3 & 4 & 10 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} =$	

任務三 (矩陣的簡單應用)

占士開設了一間網上商店，分別在四個不同的城市售賣年青人的上衣。

以下是本月各城市訂單數量的資料：

城市 \ 尺碼	S	M	L	XL
A	5	4	2	2
B	8	7	7	0
C	6	5	6	3
D	2	5	4	1

(單位：件)

各尺碼的售價如下：

尺碼	S	M	L	XL
售價(美元)	7	7.5	8	8.5

占士運用矩陣的相乘來計算各城市的銷售額。

$$\begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 & 2 \\ 8 & 7 & 7 & 0 \\ 6 & 5 & 6 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 \\ 7.5 \\ 8 \\ 8.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 98 \\ 164.5 \\ 153 \\ 92 \end{pmatrix}$$

問題 4：

(2 分)

在右方矩陣中的第二個元素 164.5 代表了什麼？

問題 5：

(2 分)

本月占士網上商店的總銷售額是多少美元？

問題 6：

(2 分)

占士提高了尺碼 XL 的售價，因此矩陣的算式有所改變。

試協助占士完成以下新的算式。

$$\begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 & 2 \\ 8 & 7 & 7 & 0 \\ 6 & 5 & 6 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 \\ 7.5 \\ 8 \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 98.6 \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

全卷完